

文章编号: 1001-0920(2004)10-1178-05

参数不确定时滞系统的鲁棒 PID 控制

李银伢, 盛安冬, 王远钢

(南京理工大学 自动化系, 江苏 南京 210094)

摘要: 提出一种简单而有效的参数不确定时滞系统鲁棒 PID 控制器设计方法. 通过在 k_p, k_i 平面上绘制稳定边界线, 确定稳定的 PID 控制器参数区域; 推导了一阶不稳定时滞系统 PI 控制器和 PID 控制器的存在性条件; 基于推广到时滞系统的棱边定理, 确定所有鲁棒 PID 控制器参数集. 仿真实例表明了该方法的优越性.

关键词: 时滞系统; 参数不确定性; 鲁棒稳定性; PI 控制; PID 控制

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Robust control design for time-delay systems with parameter uncertainties using the PID controller

LI Yin-ya, SHENG An-dong, WANG Yuan-gang

(Department of Automation, Nanjing University of Science and Technology, Nanjing 210094, China.)

Correspondent: LI Yin-ya, E-mail: lyinya178@sohu.com)

Abstract: A simple and efficient method for the design of robust PID controllers for time-delay systems with parameter uncertainties is presented. The method is based on plotting the stability boundary locus in the k_p, k_i plane and then calculating stabilizing values of the parameters of a PID controller. Moreover, a necessary condition for the existence of a PI controller or a PID controller to simultaneously stabilize the open-loop unstable time-delay systems is also derived. The complete set of robust PID controller parameters is determined by the edge theorem extended to time-delay systems. Examples are given to show the benefit of the presented method.

Key words: time-delay systems; parametric uncertainty; robust stability; PI control; PID control

1 引言

工业控制过程由于机理复杂以及时变、时滞、非线性和耦合等原因, 使其精确的数学模型很难建立, 而其广义传递函数可用一阶惯性环节加一纯时滞过程来近似^[1], 实践证明这种近似是有其适应性的. 尽管现代最优控制技术发展迅速, 如 H_2 和 H 鲁棒控制技术^[2,3], 但至少存在以下两方面原因, 使 H_2 和 H 控制技术并不能直接应用于工程实际: 一方面由于扰动的引入将带来控制器设计的保守性; 另一方面由于 H_2 和 H 控制器本身阶次高、结构复

杂, 使其直接应用于工程实际受到很大的阻碍^[4]. 因此, 寻求结构简单和阶次低且具有鲁棒控制性能的控制器, 已成为鲁棒控制发展的一个新的研究方向^[5,6].

PID 控制器结构简单且易于实现, 迎合了人们对这种控制器的强烈需求, 因而在工程实践中得到广泛的应用. 许多学者对工业控制过程中这类参数不确定对象的 PID 控制进行了长期的研究和探讨. Ziegler 和 Nichols 提出了著名的 Z-N 整定公式^[7]. 为克服时滞现象对控制系统的影响, 文献[8]提出了

收稿日期: 2003-12-04; 修回日期: 2004-03-22.

基金项目: “十五”预研兵器基金资助项目(BZJ04020).

作者简介: 李银伢(1976—), 男, 湖南衡阳人, 博士生, 从事时滞系统、PID 控制的研究; 盛安冬(1964—), 男, 浙江海

盐人, 教授, 博士生导师, 从事火力控制、满意滤波等研究.

?1994-2018 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. <http://www.cnki.net>

著名的Smith 预估器. 近年来, Silva 对一阶参数不确定时滞系统的鲁棒 PID 控制进行深入研究, 推导出求取所有鲁棒 PID 控制器参数区域的算法^[5, 6].

一般情况下, 工业控制过程中的系统模型参数存在不确定性, 而以时滞常数变化最为显著. 本文针对时滞系统参数不确定的特点, 给出了鲁棒 PID 控制器的设计方法. 与上述方法相比, 本文算法简单, 并可迅速得出所有鲁棒 PID 控制器参数集, 从而提高了工业控制过程中 PID 控制器的设计效率.

2 问题描述

工业控制过程中绝大多数系统可用一阶时滞系统来近似^[1], 其控制系统框图如图 1 所示. 其中: $r(t)$ 为系统输入, $u(t)$ 为控制信号, $y(t)$ 为系统输出; $G(s)$ 为参数不确定一阶时滞系统, 即

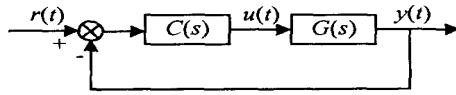


图 1 控制系统框图

$$G(s) = \frac{k}{Ts + 1} e^{-Ls}, \quad (1)$$

式中: $k = [k_1, k_2]$ 为系统静态增益, $L = [L_1, L_2]$ 为系统时滞常数, $T = [T_1, T_2]$ 为系统时间常数; $C(s)$ 为控制器, 本文考虑 PI 控制器和 PID 控制器两种情形, 即

PI 控制器

$$C(s) = k_p + k_i/s, \quad (2)$$

PID 控制器

$$C(s) = k_p + k_i/s + k_d s. \quad (3)$$

其中: k_p 为比例系数, k_i 为积分系数, k_d 为微分系数. 如何整定 PI 或 PID 控制器参数, 使整个对象族 $G(s)$ 稳定, 是本文所要解决的问题.

3 稳定区域算法

3.1 PI 控制情形

对于式(1) 描述的一阶时滞系统 $G(s)$, 在 PI 控制情形下, 闭环控制系统的特征多项式为

$$\delta(s) = (Ts + 1)s + k e^{-Ls}(k_p s + k_i). \quad (4)$$

令 $s = j\omega$, $\omega \in (0, +\infty)$, 代入式(4), 得

$$\delta(j\omega) = (j\omega T + 1)j\omega + k e^{-j\omega L}(k_p j\omega + k_i). \quad (5)$$

注意到 $e^{-j\omega L} = \cos(\omega L) - js\sin(\omega L)$, 则式(5) 可化为

$$\begin{aligned} \delta(j\omega) = & -\omega^2 T + k k_p \omega \sin(\omega L) + k k_i \cos(\omega L) + \\ & -\omega^2 T + k k_p \omega \sin(\omega L) - k k_i \sin(\omega L). \end{aligned} \quad (6)$$

令 $\delta(j\omega) = 0$, 可得

$$\begin{cases} k_p \omega \sin(\omega L) + k_i \cos(\omega L) = \omega^2 T / k, \\ k_p \omega \cos(\omega L) - k_i \sin(\omega L) = -\omega^2 T / k. \end{cases} \quad (7)$$

解方程组(7), 得

$$\begin{cases} k_p = [T \omega \sin(\omega L) - \cos(\omega L)]/k, \\ k_i = [T \omega^2 \cos(\omega L) + \omega \sin(\omega L)]/k. \end{cases} \quad (8)$$

根据式(8), 可在 k_p - k_i 平面上绘出稳定边界线 $l(k_p, k_i, \omega)$. 稳定边界线将 k_p - k_i 平面分割成稳定区域和不稳定区域. 在每个区域分别选取一个测试点 (k_p, k_i) , 则可确定该区域是否为稳定区域. 绘制稳定边界曲线时, 频率 ω 的遍历取值非常重要. 根据文献 [9] 的结果, 令 $s = j\omega$, $\omega \in (0, +\infty)$, 当 $\text{Im } G(j\omega) = 0$ 时, ω 轴被方程 $\text{Im } G(j\omega) = 0$ 的正实根分割成不同的区间, 测试每一区间便可确定是否存在相应的稳定区域.

记 ω^* 为方程 $\text{Im } G(j\omega) = 0$ 的根, 则 ω^* 必满足 $T \omega^* \cos(\omega^* L) + \sin(\omega^* L) = 0$. 经测试可知, 若 $T > 0$, 则只有当 $\omega^* \in (\pi/(2L), \pi/L)$ 时, 在 $(0, \omega^*)$ 上存在稳定区域; 若 $T < 0$, 则只有当 $\omega^* \in (0, \pi/(2L))$ 时, 在 $(0, \omega^*)$ 上存在稳定区域. 由式(8) 可得 $k_i(\omega^*, L) = 0$, 则 ω^* 为 k_p - k_i 平面上稳定边界线第一次与 k_p 轴相交时所对应的 ω 值 ($\omega^* \neq 0$). 解方程 $\text{Im } G(j\omega) = 0$, 可求得 ω^* , 即只要在 $(0, \omega^*)$ 区间绘制稳定边界线, 便可得出所有控制器的稳定区域.

当被控系统 $G(s)$ 为开环不稳定时滞过程时, 使该系统稳定的 PI 控制器的存在是有条件的. 这里给出 PI 控制器的存在性定理. 为表述方便, 将式(1) 改写为

$$G(s) = \frac{k}{Ts - 1} e^{-Ls}. \quad (9)$$

其中: $L > 0$, $k > 0$, $T > 0$.

定理 1 对于式(9) 描述的一阶不稳定时滞系统, 存在 PI 控制器使该系统稳定的必要条件是 $L/T < 1$.

证明 根据式(8), 不同的 L/T 值对应的系统在

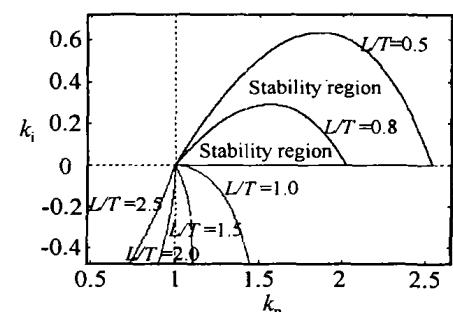


图 2 不同 L/T 值对应的稳定边界线

k_p, k_i 平面上的稳定区域如图 2 所示. 由图 2 可知, 若稳定的 PI 控制器存在, 则有

$$\lim_{w \rightarrow 0^+} \frac{dk_i}{dk_p} > 0. \quad (10)$$

即

$$\begin{aligned} \lim_{\omega \rightarrow 0^+} \frac{dk_i}{dk_p} &= \\ \lim_{\omega \rightarrow 0^+} \frac{2T\omega \cos(\omega L) - TL\omega^2 \sin(\omega L) - \sin(\omega L) - \omega L \cos(\omega L)}{T \sin(\omega L) + TL\omega \cos(\omega L) - L \sin(\omega L)} &= \\ \lim_{\omega \rightarrow 0^+} \frac{\frac{2T}{L} \cos(\omega L) - TL\omega^2 \frac{\sin(\omega L)}{\omega L} - \frac{\sin(\omega L)}{\omega L} - \cos(\omega L)}{T \frac{\sin(\omega L)}{\omega L} + T \cos(\omega L) - L \frac{\sin(\omega L)}{\omega L}} &= \\ \frac{2(1 - L/T)}{L(2 - L/T)} &> 0. \end{aligned} \quad (11)$$

由此可得 $L/T < 1$ 或 $L/T > 2$. 由图 2 知 $L/T > 2$, 不存在稳定区域, 故舍去, 从而得 $L/T < 1$.

3.2 PID 控制情形

与 PI 控制情形类似, 对于式(1) 描述的一阶时滞系统, 对应式(7) 不难得出

$$\begin{cases} k_p \omega \sin(\omega L) + k_i \cos(\omega L) - \\ k_d \omega^2 \cos(\omega L) = \omega^2 T/k, \\ k_p \omega \cos(\omega L) - k_i \sin(\omega L) + \\ k_d \omega^2 \sin(\omega L) = -\omega k. \end{cases} \quad (12)$$

固定 k_d 值, 可解得

$$\begin{cases} k_p = [T \omega \sin(\omega L) - \cos(\omega L)]/k, \\ k_i = [T \omega^2 \cos(\omega L) + \omega \sin(\omega L) + \\ kk_d \omega^2]/k. \end{cases} \quad (13)$$

根据式(13), 在 k_p, k_i 平面上绘出稳定边界线, 便可得出对应的稳定区域. 注意到式(13) 中 k_p 值与 k_d 值无关, 故可通过遍历 k_d 值, 在 k_p, k_i 平面上绘出稳定边界线, 以确定所有稳定的 k_p 值区间. 同理, 固定 k_i 值, 在 k_p, k_d 平面上亦可确定对应的 PID 控制器稳定区域.

当固定 k_p 值时, 解方程(12) 存在分母为零的情形, 故不能由此方法确定 k_d, k_i 平面上 PID 控制器的稳定区域. 对同一 k_p 值, k_d, k_i 平面上 PID 控制器的稳定区域是由若干条直线围成的凸集^[10]. 根据这一特点, 结合 k_p, k_i 平面上的稳定边界线, 选取对应的交点, 同样可确定 k_d, k_i 平面上 PID 控制器的稳定区域.

当被控系统 $G(s)$ 为开环不稳定时滞过程时, PID 控制器的存在是有条件的. 这里给出 PID 控制器的存在性定理:

定理 2 对于式(9) 描述的一阶不稳定时滞系统, 存在 PID 控制器使该系统稳定的必要条件是

$$L/T < 2.$$

注意到式(13) 的 k_p 值与 k_d 值无关, 故由 k_p, k_i 平面上的稳定边界线, 仿照定理 1 即可证明本定理.

4 鲁棒 PID 控制器设计

n 阶时滞系统的准特征多项式可描述为

$$p(s) = a_{00}s^n + \sum_{i=1}^n \left(\sum_{k=0}^N a_{ik} e^{-h_k s} \right) s^{n-i}. \quad (14)$$

其中: $a_{ik} = \alpha_k + j\beta_k, \alpha_k, \beta_k, R(i=0)$ 为常量, a_{00}

$0; 0 = h_0 < h_1 < \dots < h_N, h_k$ 为对应于系统时滞常数的常量.

对于 n 阶参数不确定时滞系统, 其准特征多项式族可描述为

$$P^+$$

$$p(s) \in p(s) = a_{00}s^n + \sum_{i=1}^n \left(\sum_{k=0}^N a_{ik} e^{-h_k s} \right) s^{n-i},$$

$$(a_{00}, a_{10}, \dots, a_{1N}, \dots, a_{nN}) \in F, a_{00} \neq 0 \}, \quad (15)$$

其中 $F \subseteq C^{nN+n+1}$ 为不确定参数集. 本文考虑的参数不确定时滞系统族准多项式族, 是由 n 阶准多项式 $p_1(s), p_2(s), \dots, p_r(s)$ 所生成的准多项式多面体, 即

$$P^+ = \text{conv}\{p_1(s), p_2(s), \dots, p_r(s)\}, \quad (16)$$

其中 conv 表示凸生成. 若 P 为实多项式族, 则准多项式 $p_i(s)$ 首系数必须同号^[11].

定义 1^[11] 若 D 为复平面上对称于实数轴的任一区域, 则称时滞系统(1) 是 D 稳定的, 当且仅当由式(14) 描述的准多项式的所有零点均在 D 内. 若 D 为左半平面, 且由式(14) 描述的准多项式的所有零点均在 D 内, 则称 $p(s)$ 是稳定的.

引理 1^[11] 考虑由式(16) 描述的 n 阶准多项式多面体 P, D 为复平面上对称于实数轴的任一区域, x 和 y 为复平面上的两点, 满足对任一给定点 $x \in D^c$ (D^c 表示 D 在复平面的补集) 和任一 $M > 0$, 存在实数 α . 若点 y 满足 $y \in M$ 且 $\text{Re}(y) > \alpha$, 则在 D^c 内总能找到一条由 x 通向 y 的连续路径, 使 P 是 D 稳定的, 当且仅当 P 的所有棱边均是 D 稳定的.

对于式(1) 描述的一阶时滞系统, 令

$$G_i(s) = \frac{k_i}{T_i s + 1} e^{-L_i s}, i = 1, 2, \dots, r, \quad (17)$$

则一阶参数不确定时滞系统族可描述为

$$T(s) = \sum_{i=1}^r \lambda_i G_i(s), \lambda_i \in [0, 1], i = 1, \dots, r, \quad (18)$$

定理 3 考虑式(18) 描述的一阶参数不确定时滞系统族 $T(s)$, 用 PI 控制器进行控制, 使该系统

族 $T(s)$ 稳定, 当且仅当用同一 PI 控制器使每一 $G_i(s)$ 稳定.

证明 令闭环控制系统的开环传递函数为

$$F_i(s) = \frac{q_i(s)}{p_i(s)}, i = 1, 2, \dots, r = 8, \quad (19)$$

其中 $p_i(s)$ 和 $q_i(s)$ 为准多项式. 则由式(18) 描述的一阶参数不确定时滞系统族的特征多项式可描述为

$$P = \text{conv}\{(F_1(s) + 1)p_1(s), (F_2(s) + 1)p_2(s), \dots, (F_r(s) + 1)p_r(s)\}. \quad (20)$$

取 D 为复平面左半平面, 对任一给定点 $x \in D^C$ 和任 $-M > 0$, 存在实数 α . 若点 y 满足 $y = M$ 且 $\text{Re}(y) = \alpha$, 则在 D^C 内总能找到一条由 x 通向 y 的连续路径. 根据引理 1, 要使 $T(s)$ 稳定, 只需使 $T(s)$ 的准特征多项式族 P 的每一棱边 $(F_i(s) + 1)p_i(s)$ 是 D 稳定的即可. 注意到 $(F_i(s) + 1)p_i(s)$ 为 $G_i(s)$ 的闭环特征多项式, 使每一 $(F_i(s) + 1)p_i(s)$ 是 D 稳定的即使 $G_i(s)$ 是稳定的.

定理 4 考虑式(18) 描述的一阶参数不确定时滞系统族 $T(s)$, 用 PID 控制器进行控制, 使该系统族 $T(s)$ 稳定, 当且仅当用同一 PID 控制器使每一 $G_i(s)$ 稳定.

仿照定理 3 的证明很容易证得本定理.

对于实际工程控制器设计而言, 满意控制^[12] 认为: 控制系统设计要求不是某单一性能指标达到最优, 而是必须同时满足由多种性能指标所构成的控制性能期望指标集. 根据实际工程对控制器设计的要求, 可选择相应的性能指标, 如动态误差系数、系统最大开环增益、调节时间、超调量等时域性能指标, 以及幅值裕度、相角裕度等开环频域性能指标和鲁棒性能指标, 在所求 PID 控制器参数区域内选择同时满足各种性能指标的参数, 便可使被控系统达到所期望的性能要求.

5 数值算例

例 1 考虑文献[13] 中一阶参数不确定时滞过程

$$G(s) = \frac{ke^{-Ls}}{Ts + 1}, \quad (21)$$

其中: $L = [1, 2]$, $k = [0, 8, 1]$, $T = [1, 2]$. 由式(17) 可得如下 8 个棱边系统:

$$G_1(s) = \frac{e^{-s}}{s + 1}, G_2(s) = \frac{e^{-s}}{2s + 1},$$

$$G_3(s) = \frac{2e^{-s}}{s + 1}, G_4(s) = \frac{2e^{-s}}{2s + 1},$$

$$G_5(s) = \frac{e^{-2s}}{s + 1}, G_6(s) = \frac{e^{-2s}}{2s + 1},$$

$$G_7(s) = \frac{2e^{-2s}}{s + 1}, G_8(s) = \frac{2e^{-2s}}{2s + 1}.$$

根据 3.1 节 PI 控制器稳定区域算法, k_p-k_i 平面上 8 个棱边系统所对应的稳定区域如图 3 所示. 由定理 3 可知, 当且仅当 8 个棱边系统同时稳定时, 则 $G(s)$ 即为稳定的. 图 3 中阴影部分为 8 个棱边系统稳定区域的交集, 即为所求 PI 控制器的稳定区域. 在该区域上任选控制器参数 (k_p, k_i) , 系统(21) 均为稳定的.

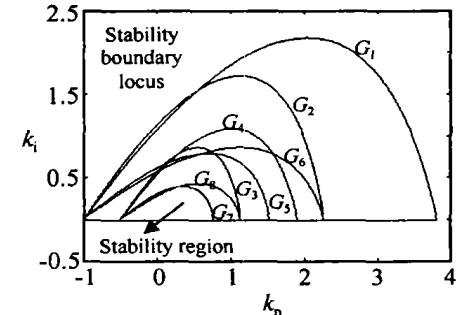


图 3 例 1 PI 控制器的稳定区域

例 2 考虑如下一阶参数不确定时滞过程:

$$G(s) = \frac{ke^{-Ls}}{Ts - 1}, \quad (22)$$

其中: $L = [1, 1.2]$, $k = [0, 8, 1]$, $T = [1, 1.5]$. 则存在 $L/T > 1$ 的情况, 由定理 1 知, 不存在 PI 控制器使该系统族稳定; 但 $L/T < 2$, 故可用 PID 控制器进行控制. 由式(17) 可得如下 8 个棱边系统:

$$G_1(s) = \frac{0.8e^{-s}}{s - 1}, G_2(s) = \frac{0.8e^{-s}}{1.5s - 1},$$

$$G_3(s) = \frac{e^{-s}}{s - 1}, G_4(s) = \frac{e^{-s}}{1.5s - 1},$$

$$G_5(s) = \frac{0.8e^{-1.2s}}{s - 1}, G_6(s) = \frac{0.8e^{-1.2s}}{1.5s - 1},$$

$$G_7(s) = \frac{e^{-1.2s}}{s - 1}, G_8(s) = \frac{e^{-1.2s}}{1.5s - 1}.$$

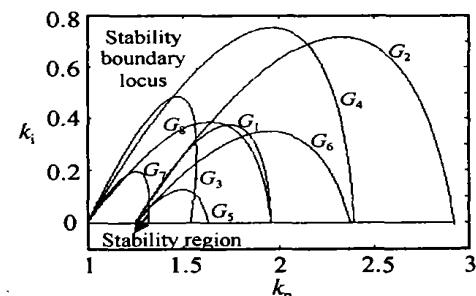


图 4 例 2 PID 控制器的稳定区域

根据 3.2 节 PID 控制器稳定区域算法, 取 $k_d = 0.75$, k_p, k_i 平面上 8 个棱边系统所对应的稳定区域如图 4 所示. 由定理 4 知, 8 个棱边系统稳定区域的交集即为所求控制器的参数区域. 在该区域上任选控制器参数 ($k_p, k_i, k_d = 0.75$), 系统(22) 均为稳定的.

6 结 论

本文给出一种快速计算所有鲁棒 PI 和鲁棒 PID 控制器参数集的方法. 该方法首先基于推广到时滞系统的棱边定理, 在 k_p, k_i 平面上绘制各个棱边系统的稳定边界线; 然后确定所有稳定区域的交集, 即为所求控制器参数集. 数值算例表明了该方法的优越性和有效性.

参考文献(References):

- [1] Astrom K J, Hagglund T. *PID Controllers: Theory, Design and Tuning* [M]. Research Triangle Park: Instrument Society of American, 1995.
- [2] Kimura H. Robust stability for a class of transfer functions [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1984, 29 (9): 788-793.
- [3] Doyle J, Glover K, Khargonekar P, et al. State space solution to standard H_2 and H_∞ control problem [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1989, 34(8): 831-847.
- [4] Keel L H, Bhattacharyya S P. Robust, fragile or optimal [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1997, 42 (8): 1098-1125.
- [5] Silva G J, Datta A, Bhattacharyya S P. On the stability and controller robustness of some popular PID tuning rules [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2003, 48 (9): 1638-1641.
- [6] Silva G J, Datta A, Bhattacharyya S P. Robust control design using the PID controller [A]. *Proc of the 41st IEEE Conf on Decision and Control* [C]. Las Vegas, 2002. 1313-1318.
- [7] Ziegler J G, Nichols N B. Optimum settings for automatic controllers [J]. *IEEE Trans on ASME*, 1942, 64: 759-768.
- [8] Smith O J. A controller to overcome dead time [J]. *ISA J*, 1959, 6(2): 28-33.
- [9] Soylemez M T, Munro N, Baki H. Fast calculation of stabilizing PID controllers [J]. *Automatica*, 2003, 39 (1): 121-126.
- [10] Ho M T, Datta A, Bhattacharyya S P. A linear programming characterization of all stabilizing PID controllers [A]. *Proc of the American Control Conf* [C]. Albuquerque, 1997. 3922-3928.
- [11] Fu M, Olbrot A W, Polis M P. Robust stability for time-delay systems: The edge theorem and graphical tests [A]. *Proc of the 27th Conf on Decision and Control* [C]. Austin, 1988. 98-104.
- [12] Guo Zhi. A survey of satisfying control and estimation [A]. *Proc of the 14th IFA C World Congress* [C]. Beijing, 1999. 443-447.
- [13] Garcia S M, Guillen J C, Ibarrola J J. Robust controller design for uncertain systems with variable time delay [J]. *Control Engineering Practice*, 2001, 9(9): 961-972.

(上接第 1177 页)

参考文献(References):

- [1] Widrow B, Walach E. *Adaptive Inverse Control* [M]. New Jersey: Prentice Hall, 1996.
- [2] Astrom K J, Wittenmark B. *Adaptive Control* [M]. MA: Addison-Wesley, 1989.
- [3] 沈福民. 自适应信号处理 [M]. 西安: 西安电子科技大学出版社, 2001. 204-211.
- [4] Widrow B, Mc cool J M, Glover J R. Adaptive noise canceling: Principles and applications [J]. *Proc IEEE*, 1975, 63(12): 1692-1716.
- [5] 严平凡, 张长水. 人工神经网络与模拟进化计算 [M]. 北京: 清华大学出版社, 2002. 40-48.
- [6] Gross D C, Rattan K S. Adaptive multilayer neural network for trajectory tracking control of a pneumatic cylinder [A]. *Proc of the 1998 IEEE Int Conf on Systems, Man and Cybernetics* [C]. San Diego, 1998. 1662-1667.
- [7] Euliano R Neil. Adaptive and neural inverse control: Adaptively controlling a ventilator [J]. *PCAI*, 2000, 14 (3): 24-27.
- [8] 张智星, 孙春在, 水谷 英二. 神经-模糊和软计算 [M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2000.
- [9] Widrow B, Walach E. 刘树棠, 韩崇昭译. 自适应逆控制 [M]. 西安: 西安交通大学出版社, 2000.